

QuaMath – Unterrichts- und Fortbildungsqualität in Mathematik entwickeln: Konzept des Zehnjahres-Programms von DZLM und KMK

Susanne Prediger, Christoph Selter, Daniela Götze, Svea Hallemann, Lars Holzäpfel, Annett Kreuziger, Hans Anand Pant und Bettina Rösken-Winter

Im Jahr 2020 verabschiedete die Kultusministerkonferenz „Ländergemeinsame Eckpunkte zur Fortbildung von Lehrkräften“, in denen Fortbildungen ein deutlich höheres bildungspolitisches Gewicht erhielten als zuvor (KMK, 2020). Darin werden insbesondere eine „Wissenschaftsbasierung der Fortbildungsangebote“ (S. 4) und systematische, forschungsbasierte Prozesse der Qualitätsentwicklung für Fortbildung (S. 6) angestrebt. Dazu passend entschieden die zuständigen Gremien von Leibniz-Gemeinschaft, Ländern und Bund, am IPN Leibniz-Institut für die Pädagogik der Naturwissenschaften und Mathematik eine neue Abteilung für Fachbezogenen Erkenntnistransfer einzurichten (geleitet durch H. A. Pant und S. Prediger). Dies ermöglichte eine Verstetigung der bundesweiten Forschungs- und Entwicklungsarbeit des Deutschen Zentrums für Lehrkräftebildung Mathematik (DZLM), das durch die Deutsche Telekom Stiftung initiiert und 2011 bis 2021 drittmittelfinanziert wurde. Das DZLM-Netzwerk besteht aus Mathematikdidaktik-Professorinnen und -Professoren von 12 Hochschulen und wird nun vom IPN aus geleitet (DZLM-Netzwerkleitung S. Prediger, stellvertretende Leitung B. Rösken-Winter).

Um die forschungsbasierten Prozesse der Qualitätsentwicklung im Fortbildungsbereich voranzutreiben, wurde seit 2021 im DZLM das Programm *QuaMath – Unterrichts- und Fortbildungsqualität in Mathematik entwickeln* vorbereitet, das von 2023 bis 2033 bundesweit durchgeführt wird. Insgesamt soll es Mathematik-Lehrkräfte an 10 000 Schulen (also 30 % aller allgemeinbildenden Schulen) erreichen sowie die schulische Ausbildung von pädagogischen Fachkräften verbessern. Gefördert wird dieses Programm durch die KMK. Dieser Beitrag erläutert Ziele, Konzept und Implementationsarchitektur des QuaMath-Programms.

1 Ziele des Programms und ihre jeweiligen Hintergründe

Abbildung 1 fasst die vielfältigen Ziele des Programms zusammen, die im Folgenden von unten nach oben erläutert werden.

1.1 Ziele und Hintergründe auf Lernenden-Ebene

Das langfristige Ziel des QuaMath-Programms ist die *Stärkung der mathematischen Bildung* von der KiTa bis zum Abitur. Inhaltlich orientiert sich das

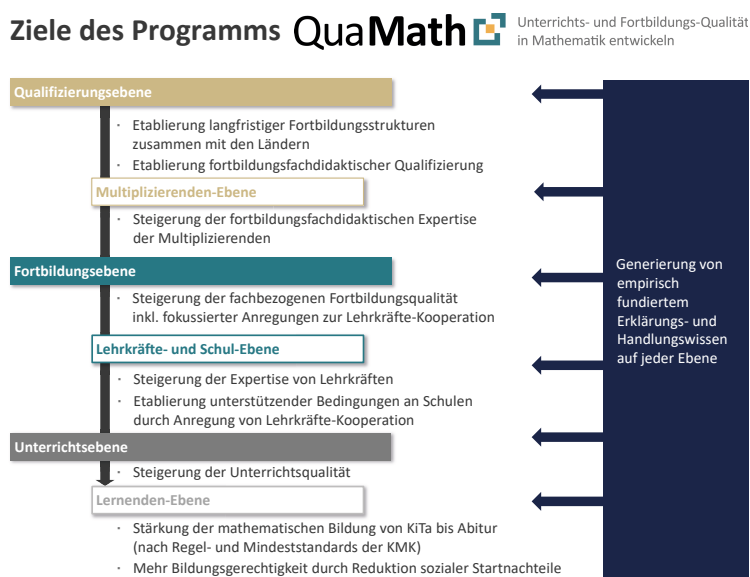


Abbildung 1. Ziele des Programms QuaMath auf mehreren Ebenen

Programm an den Bildungsstandards der Kultusministerkonferenz (KMK, 2022; JFMK, 2021). Diese Orientierung ist notwendig, weil zwar seit 2004 einheitliche Bildungsstandards für den Schulbereich sukzessive normativ festgeschrieben worden sind, diese allerdings nur sehr partiell erreicht wurden: Gemäß IQB-Bildungstrend 2021 erreichten oder übertrafen 55 % der Kinder in Klasse 4 den Regelstandard, allerdings verfehlten 22 % sogar den Mindeststandard (Schumann & Sachse, 2022, S. 70f.). Im IQB-Bildungstrend 2018 erreichte nur eine Minderheit von 45 % der Jugendlichen in Klasse 9 den Regelstandard in Mathematik für den MSA und 24 % nicht einmal den Mindeststandard (Kölm & Mahler, 2019). Die Begriffe „Mindest-“ und „Regel-“ Standards mit den normativ intendierten Kompetenzerwartungen erweisen sich also als nicht zutreffend für das real erreichte Curriculum – die Regel zeigt sich empirisch nicht als Regel. Das Ziel der „mathematischen Bildung“ adressiert zudem auch über die Standards hinausgehende Bildungsziele, die sich nicht in großen Leistungsstudien messen lassen (Neubrand & Lengnink, 2023).

Das zweite Ziel der *Stärkung von Bildungsgerechtigkeit durch Reduktion von sozialen Startnachteilen* reagiert auf den wiederholten Befund internationaler Vergleichsstudien, dass das deutsche Schulsystem bislang schlechter als andere Länder soziale und migrationsbedingte Startnachteile ausgleichen kann (OECD, 2022). Angriffspunkte dazu werden zum einen in einer generellen Steigerung von Unterrichtsqualität für *alle* Schulen gesehen (DIME, 2017), zum anderen in gezielten Maßnahmen zur Diagnose und Förderung sowie zur Sprachbildung.

Als curricularer Rahmen für die Ziele auf Lernenden-Ebene versprechen die neuen Bildungsstandards (KMK, 2022) eine durchgängige Artikulation und Stufung von inhalts- und prozessbezo-

genen Kompetenzen. Zu dieser Artikulation hält die Mathematikdidaktik einen umfangreichen Forschungsstand bereit (Bruder et al., 2023; Kilpatrick et al., 2001).

1.2 Ziele und Hintergründe auf Unterrichtsebene: Fünf Prinzipien guten Unterrichts zur Steigerung der Unterrichtsqualität

Um die Ziele auf Lernenden-Ebene erreichen zu können, wird auf Unterrichtsebene eine *Steigerung der Unterrichtsqualität* als zentrales Ziel angestrebt. Dass die Tiefenstrukturen von Unterrichtsqualität weit stärker als Sichtstrukturen und Schulsystemfragen die Kompetenzentwicklung von Lernenden beeinflussen, ist empirisch konsolidiert (Helmke, 2003; Ufer et al., 2023), daher sind fachdidaktische Tiefenstrukturen im Fokus der Unterrichtsentwicklungs-Bestrebungen in QuaMath. Für größer angelegte Fortbildungs- und Implementationsprogramme hat sich zudem gezeigt, wie entscheidend ein *kohärenter Rahmen* ist, nach dem alle Beteiligten eine geteilte Vision von Unterrichtsqualität entwickeln und verfolgen (Newmann et al., 2001; Cobb & Jackson, 2021).

Ein solcher kohärenter Rahmen für Unterrichtsqualität kann sich nicht allein an den normativen Zielsetzungen (z. B. Ausgleich von Startnachteilen) und den Ergebnissen der (oft kurzfristig und auf messbare Leistungen fokussierten) empirischen Unterrichtsqualitätsforschung orientieren (z. B. den fachübergreifend anwendbaren Basisdimensionen, Klieme, 2019), sondern muss aus fachdidaktischer Sicht auch epistemologische Perspektiven einbeziehen (z. B. zum langfristigen Curriculum-Aufbau, vgl. Bruner, 1966; Wittmann, 1998) und pragmatische Perspektiven darauf, welche Prinzipien guten Unterrichts das Handeln von Lehrkräften produktiv leiten können (Schoenfeld, 2014; Prediger et



Abbildung 2. Kohärenter Rahmen auf Unterrichtsebene:
fünf Prinzipien qualitativollen Unterrichts
(Prediger et al., 2022a; Holzäpfel et al., 2024)

5x5 QuaMath-Rahmen - gefüllt mit Beispielen aus Mathe sicher können

	 Durchgängigkeit	 Verstehensorientierung	 Lernenden-Orientierung & Adaptivität	 Kognitive Aktivierung	 Kommunikationsförderung
 Lernziele setzen & Lernpfade konzipieren	Relevanz von Verstehensgrundlagen für langfristiges Lernen bei Lernzielsetzung berücksichtigen ->	Verstehensgrundlagen statt Oberflächenwissen identifizieren und als Lernziele für alle setzen			
 Aufgaben und Medien auswählen & adaptieren		((Aufgaben und durchgängige Darstellungen auswählen zum Aufbau von Verständnis erledigt durch das Material))			
 Lernstände/--prozesse diagnostizieren & beurteilen		Verstehensgrundlagen diagnostizieren			Oberflächenwissen entlarven
 Lernprozesse unterstützen & fördern	Lernbegleitung nicht für schnelle Aufgabenbewältigung, sondern für Ermöglichung nachhaltigen Lernens ->	Verstehensgrundlagen fördern	Nicht Probleme „weg-unterstützen“, sondern Fördern durch Aufarbeiten von Verstehensgrundlagen	Denkprozesse unterstützen	Tiefgehende Kommunikation anleiten, insbesondere zur Darstellungsvernetzung
 Gemeinsame Gespräche moderieren					

Abbildung 3. Gemeinsamer 5 × 5 QuaMath-Rahmen zur Charakterisierung und Adressierung von Expertise von Lehrkräften: Gefüllt mit Beispiel-Praktiken aus dem Projekt „Mathe sicher können“ (Prediger et al., 2023)

al., 2022a). Unter Berücksichtigung von normativen, epistemologischen, empirischen und pragmatischen Perspektiven wurde daher im DZLM ein Set von Prinzipien guten Unterrichts herausgearbeitet, mit allen beteiligten Modulverantwortlichen (aus dem DZLM-Netzwerk und weiteren hinzugezogenen Hochschulen, Namen vgl. Abb. 7 unten) und Landesverantwortlichen (aus Landesinstituten und Ministerien) beraten und mit Multiplizierenden erprobt, sodass schließlich ein Kern der QuaMath-Vision von gutem Unterricht etabliert wurde, der in allen Modulen kohärent adressiert wird. Abbildung 2 zeigt die fünf so spezifizierten QuaMath-Prinzipien, die im Theorie-Beitrag von Prediger et al. (2022a) ausführlich dargestellt sowie theoretisch und empirisch begründet wurden. Sie werden unterrichtspraktisch im Praxis-Beitrag von Holzäpfel et al. (2024) erläutert. Auch wenn weitere Prinzipien herangezogen werden könnten (z. B. Sinnstiftung oder Kontextorientierung), bewährt sich in der Modulentwicklung schon jetzt, einen überschaubaren Kern verbindlicher Prinzipien mit flexiblen Schwerpunktsetzungen und Bezügen für unterschiedliche Module kohärent zu nutzen, um der oft beklagten Fragmentierung des Fortbildungsangebots (Priebe et al., 2022) entgegenzuwirken.

1.3 Ziele und Hintergründe auf Lehrkräfte- und Schul-Ebene: Steigerung der Lehrkräfte-Expertise und unterstützende Bedingungen an Schulen

Um durch Prozesse der Unterrichtsentwicklung die Unterrichtsqualität zu steigern, sind zwei vorgelagerte Ziele auf Lehrkräfte- und Schul-Ebene entscheidend:

Das erste Ziel auf Lehrkräfte-Ebene, die *Steigerung der fachdidaktischen Lehrkräfte-Expertise*, ist empirisch begründbar durch wiederholte Befunde, dass selbst bei sorgfältig ausgearbeiteten Unterrichtsmaterialien die fachdidaktische Expertise von Lehrkräften entscheidend für die erfolgreiche Umsetzung von Unterrichtskonzepten ist (Brophy, 2000; Hill et al., 2005; Kunter et al., 2013; Depaepe et al., 2013).

Dabei wird in QuaMath eine situierte Perspektive auf Lehrkräfte-Expertise zugrunde gelegt (Putnam & Borko, 2000), welche die Expertise der Lehrkräfte an den Praktiken zur Bewältigung typischer Anforderungssituationen („Jobs“) festmacht, zu denen sie fachliches und fachdidaktisches Wissen als Denk- und Wahrnehmungskategorien (Bromme, 1992; Bass & Ball, 2004; Prediger, 2019; Gasteiger & Benz, 2018) und (z. B. Prinzipien als) handlungsleitende Orientierungen heranziehen (Schoenfeld, 2010; Prediger, 2019). Im Sinne der kohärenten Beschränkung konzentriert sich QuaMath auf fünf fachdidaktische Anforderungssituationen, zu denen bzgl. der verschiedenen Prinzipien unterschiedliche Kernpraktiken (Ball & Forzani, 2009) thematisiert werden können. Aus dem so entstehenden kohärenten 5 × 5-QuaMath-Rahmen (vgl. Abb. 3) werden in allen Modulen jeweils Teilaspekte adressiert. Die Abbildung 3 enthält nicht nur den Rahmen, sondern auch eine exemplarische Füllung mit solchen Kernpraktiken, die sich beispielsweise im Projekt „Mathe sicher können“ als handlungsrelevant für lernwirksamen Unterricht herausgestellt haben (Prediger et al., 2023).

Lehrkräfte entwickeln ihren Unterricht allerdings nicht nur als Individuen mit gesteigerter Ex-



Abbildung 4. Gemeinsamer Rahmen für die Fortbildungsebene: Prinzipien qualitätvoller Fortbildung (adaptiert von Barzel & Selter, 2015)

pertise weiter: Die internationale Forschung zeigt, dass gerade die Kooperation in professionellen Lerngemeinschaften eine sehr förderliche Bedingung für erfolgreiche Unterrichtsentwicklung darstellen kann (Borko & Potari, 2023; Bonsen & Rolff, 2006). Fachbezogene Lehrkräfte-Kooperation ist allerdings in Deutschland bislang an zu wenigen Schulen etabliert (Richter & Pant, 2016).

Daher ist das zweite Ziel des QuaMath-Programms auf Lehrkräfte- und Schulebene die *Etablierung unterstützender Bedingungen an Schulen durch Anregung fachbezogener Lehrkräfte-Kooperation*. Das Ziel wird in QuaMath durch die Einrichtung von QuaMath-Schul-Teams für die schulinterne Kooperation und Schulnetzwerken für die Kooperation zwischen je 5 bis 10 Schulen verfolgt, für die jeweils auch Materialien für eine fachbezogene gemeinsame Arbeit angeboten werden. Als Theoriehintergrund dienen Arbeiten zu professionellen Lerngemeinschaften (Borko & Potari, 2023; Selter & Bonsen, 2018; Rösken-Winter & Szczesny, 2016). Der konkrete Rahmen für die fachbezogenen Kooperationsanregungen in QuaMath wird derzeit noch erarbeitet. Zudem werden auch Schulleitungen adressiert, die für die Etablierung unterstützender Bedingungen an den Schulen eine zentrale Rolle spielen (Leithwood et al., 2020).

1.4 Ziele und Hintergründe auf Fortbildungsebene: Steigerung der fachbezogenen Fortbildungsqualität inkl. fokussierter Anregungen zur fachbezogenen Lehrkräfte-Kooperation

Zur Erreichung der Ziele auf Unterrichts- und Lehrkräfte-Ebene setzt sich das QuaMath-Programm auf Fortbildungsebene das Ziel *Steigerung der fachbezogenen Fortbildungsqualität*, was

auch die fokussierten *Anregungen zur fachbezogenen Lehrkräfte-Kooperation* einschließt.

Die Spezifizierung von Prinzipien qualitätvoller Fortbildung im DZLM (Barzel & Selter, 2015) greift zurück auf den empirischen Forschungsstand zu lernwirksamen Fortbildungen (Garet et al., 2001; Lipowsky & Rzejak, 2021; Timperley et al., 2007; Yoon et al., 2007), der zunehmend neben Gestaltungsqualitäten auch die Inhaltsqualitäten von Fortbildungen berücksichtigt. Abbildung 4 zeigt die für QuaMath als Rahmen gesetzten Prinzipien, die gegenüber Barzel und Selter (2015) um das Kriterium der Kohärenz (Newmann et al., 2001) ergänzt wurden. Sie passen – wenn auch in etwas anderer Strukturierung – zu den von Lipowsky und Rzejak (2021) gelisteten Kriterien, die auch in das Eckpunktetpapier der KMK (2020) Eingang gefunden haben.

Während die prinzipielle Lernwirksamkeit der Prinzipien in der empirischen Forschung bereits nachgewiesen wurde, ist ihre *gegenstandsbezogene Realisierung* insbesondere in Bezug auf die Inhaltsqualität ein fortgesetzter Prozess, der keineswegs eine reine „Anwendung“ der Prinzipien qualitätvoller Fortbildungen darstellt. Stattdessen muss für jeden Fortbildungsgegenstand Folgendes theoretisch fundiert und empirisch begründet spezifiziert werden (Rösken-Winter et al. 2021):

- welche Teilaspekte einer Anforderungssituation mit welchen Praktiken produktiv bearbeitet werden können (Kompetenzorientierung)
- welche Fälle (also Ausschnitte aus Unterricht) die Praktiken und ihre Hintergründe exemplarisch am besten tragen (Fallbezug)
- was Lehrkräfte an Praktiken, Kategorien und Orientierungen zu den Anforderungssituationen bereits mitbringen und wie daran am geeignetsten

angeknüpft werden kann (Teilnehmendenorientierung)

- worüber genau in dem Kontext zu reflektieren ist (Reflexionsförderung)
- welche gegenstandsbezogenen Anregungen die Kooperation vertiefen können (Kooperationsanregung)

Die Bearbeitung all dieser Spezifizierungsfragen erfolgt in iterativen Design-Research-Zyklen auf Fortbildungsebene (Prediger, 2019), die über mehrere Lehrkräfte-Kohorten hinweg verfolgt werden.

1.5 Ziele und Hintergründe auf Multiplizierenden- und Qualifizierungsebene

Zur Etablierung qualitätvoller Fortbildungen werden Fortbildungskonzepte in Fortbildungsmaterialien und Anregungen für Lehrkräfte-Kooperation materialisiert (s. Abschnitt 3). Doch ebenso wie Unterrichtsqualität erheblich durch die Expertise der Lehrkräfte bestimmt ist, ist Fortbildungsqualität auch erheblich durch die Expertise der Fortbildenden (in QuaMath ‚Multiplizierende‘ genannt) bestimmt (Borko et al., 2014; Lesseig et al., 2017) sowie durch die Bedingungen, unter denen sie arbeiten können.

Ein weiteres Ziel des QuaMath-Programms ist daher die *Steigerung der fortbildungsfachdidaktischen Expertise der Multiplizierenden*. Diese Zielsetzung für die Qualifizierungen greift zurück auf Konzeptualisierungen von Expertise für Multiplizierende, die typische Anforderungssituationen des Planens, Durchführens und Reflektierens von Fortbildungen mit Praktiken bewältigen (Prediger et al., 2022b), bei denen sie auf Kategorien aus fünf Wissensbereichen zurückgreifen (Wilhelm et al., 2019): drei Wissensbereiche, die auch Lehrkräfte haben, nämlich *unterrichtspädagogisches Wissen (PK-C, pedagogical knowledge for classrooms)*, *unterrichtsinhaltliches Wissen (CK-C, content knowledge for classrooms)*, *unterrichtsfachdidaktisches Wissen (PCK-C pedagogical content knowledge for classrooms)*. Aus allen drei Bereichen kann sich das *fortbildungsinhaltliche Wissen (CK-PD, content knowledge for teacher professional development)* zu einem Fortbildungsgegenstand speisen. Außerdem brauchen Multiplizierende *erwachsenenpädagogisches Wissen (PK-PD, pedagogical knowledge for teacher professional development)*, z. B. über Seminarmethoden oder typische Motivationslagen von Erwachsenen, und schließlich als wichtigster und bislang vernachlässigter Bereich *fortbildungsfachdidaktisches Wissen (PCK-PD, pedagogical content knowledge for teacher professional development)*, das sich auf Aspekte aus allen drei Wissensbereichen von Lehrkräften beziehen kann und auf dazu typische Zielsetzungen, typische Anknüpfungspunkte und Schwierigkeiten in Lernwegen von Lehrkräften (z. B. Wie

können Lehrkräfte kognitiv aktivierenden Umgang mit digitalen Medien im Arithmetikunterricht lernen? Was braucht am meisten Unterstützung?). Auf den situiereten Erwerb von PCK-PD-Kategorien (z. B. beim Diagnostizieren von Lehrkräfte-Äußerungen und Moderieren von Diskussionen) wird in QuaMath in den Qualifizierungen besonderer Wert gelegt.

Da die fortbildungsfachdidaktische Qualifizierung von Multiplizierenden bislang in Deutschland relativ unsystematisch erfolgt (problematisiert auch im Eckpunktepapier der KMK 2020), haben KMK und DZLM gemeinsam ein systemisches Ziel des QuaMath-Programms festgelegt: die *Etablierung langfristig kohärenter Fortbildungsstrukturen zusammen mit den Ländern*, in denen Qualifizierungen systematisch eingeplant und konzipiert sind.

Insgesamt zielt das QuaMath-Programm also mithilfe der DZLM-Implementationsstrategien im Drei-Tetraeder-Modell (Rösken-Winter et al., 2021) auf Ziele bezüglich drei verschiedener Ebenen (Unterrichts-, Fortbildungs- und Qualifizierungsebene), für drei Beteiligten-Gruppen (Lernende, Lehrkräfte und Multiplizierende) und stellt für jede Ebene einen kohärenten Rahmen bereit, an dem sich alle Programmbestandteile ausrichten. Im Folgenden wird die Programm-Architektur genauer beschrieben.

1.6 Forschungsziele: Generierung von vertieftem Erklärungs- und Handlungswissen auf allen Ebenen

Auch wenn das Programm bereits auf einige Forschungsergebnisse zugreifen kann, besteht erheblicher weiterer Forschungsbedarf, um empirisch fundiertes Erklärungs- und Handlungswissen insbesondere zu folgenden Bereichen zu generieren:

- zu Stand und Bedingungen der Veränderbarkeit der fortbildungsinhaltlichen und fortbildungsfachdidaktischen Expertise von *Multiplizierenden*
- zu Gelingensbedingungen und Wirkungen ausgewählter Design- und Inhaltselemente in *Qualifizierungen*
- zu Stand und Bedingungen der Veränderbarkeit der fachdidaktischen Expertise von *Mathematik-Lehrkräften*
- zu Gelingensbedingungen und Wirkungen ausgewählter Design- und Inhaltselemente in *Fortbildungsmodulen und Anregungen zur Lehrkräfte-Kooperation* und zu Gelingensbedingungen und Wirkungen von Unterstützungsmaßnahmen für innerschulischen Transfer
- zu *Wirkungen der Maßnahmenbündel* mehrerer Ebenen auf die fachdidaktische Expertise und Unterrichtspraktiken von Lehrkräften
- zu *Wirkungen der Maßnahmenbündel* mehrerer

Ebenen auf die *Kompetenzentwicklung von Lernenden*

In Abschnitt 4 werden dazu die übergreifenden Forschungsfragen ausgeführt.

2 Implementationsarchitektur und Beteiligte des QuaMath-Programms

2.1 Implementationsstrategien und -architektur

In Auseinandersetzung mit zahlreichen anderen Implementationsprogrammen und -forschungsergebnissen (z. B. Century & Cassata, 2016; Cobb & Jackson, 2021; Koichu et al., 2021; Penuel & Fishman, 2012) wurden im DZLM drei Implementationsstrategien herausgearbeitet, die jeweils auf Unterrichts-, Fortbildungs- und Qualifizierungsebene angewandt werden können (Rösken-Winter et al., 2021):

- in *materialen Strategien* wird für die beteiligten Personen auf jeder Ebene Unterstützung angeboten durch Unterrichts-, Fortbildungs- und Qualifizierungsmaterialien
- in *personalen Strategien* werden Professionalisierungsangebote für die beteiligten Personen (Lehrkräfte, Multiplizierende, Koordinationen) ausgestaltet und ausgebracht
- in *systemischen Strategien* werden die systemischen Bedingungen der beteiligten Personen berücksichtigt und partiell verbessert durch Etablierung von Netzwerkstrukturen zur systemischen Vernetzung und Einbindung. Dies bezieht sich auf Unterrichtsebene auf Kooperationen in einzelne Schulen, auf Fortbildungsebene auf Netzwerke zwischen Schulen und Netzwerke von Multiplizierenden und auf der obersten Ebene auch auf die enge Kooperation mit den Fortbildungsstrukturen der Länder.

Abbildung 5 zeigt die Implementationsarchitektur, mit der die Strategien und Netzwerkstrukturen in QuaMath etabliert werden. Sie werden in Abschnitt 3 genauer beschrieben.

2.2 Beteiligte und Zeitplan auf unterschiedlichen Ebenen

Abbildung 5 deutet bereits an, welche und wie viele Beteiligte auf den verschiedenen Ebenen involviert sind. Hinter dem kleinen DZLM-Symbol in der Qualifizierungsebene verbirgt sich eine große Gruppe von Beteiligten im DZLM-Netzwerk und an der IPN-Abteilung. Das *QuaMath-Leitungsteam* (S. Prediger, C. Selter & H. A. Pant mit erweitertem Leitungsteam D. Götze, L. Holzäpfel, B. Rösken-Winter) und die *QuaMath-Gesamtkoordination* (A. Kreuziger, S. Hallemann, mit Schnittstelle zur Abteilungs-koordination T. Lange) sowie der *QuaMath-Lenkungsausschuss* (mit Beteiligung der Ebene der Staatssekretärinnen und Staatssekretäre der Kultusministerien) steuern die komplexen Abspracheprozesse mit allen Beteiligten.

Für die Modulentwicklung und -erforschung sind als *QuaMath-Modulverantwortliche* insgesamt 28 Professorinnen und Professoren aus dem DZLM-Netzwerk und weiteren hinzugezogenen Hochschulen beteiligt. Ihre Namen sind in Abbildung 7 aufgeführt. Durch die KMK-Mittel werden etwa 36 *wissenschaftlich Mitarbeitende* (erfahrene Fortbildende, Postdocs und Promovierende) sowie administrativ-technisch Angestellte die Modulentwicklung und -erforschung unterstützen. Viele Standorte haben weitere Drittmittel für die Beforschung der Module eingeworben, sodass zusätzliche Mitarbeitende beteiligt sein werden.

Im Sinne der systemischen Strategie auf Steuerungsebene wird die Arbeit gesteuert und systemisch angebunden durch *QuaMath-Landesverant-*

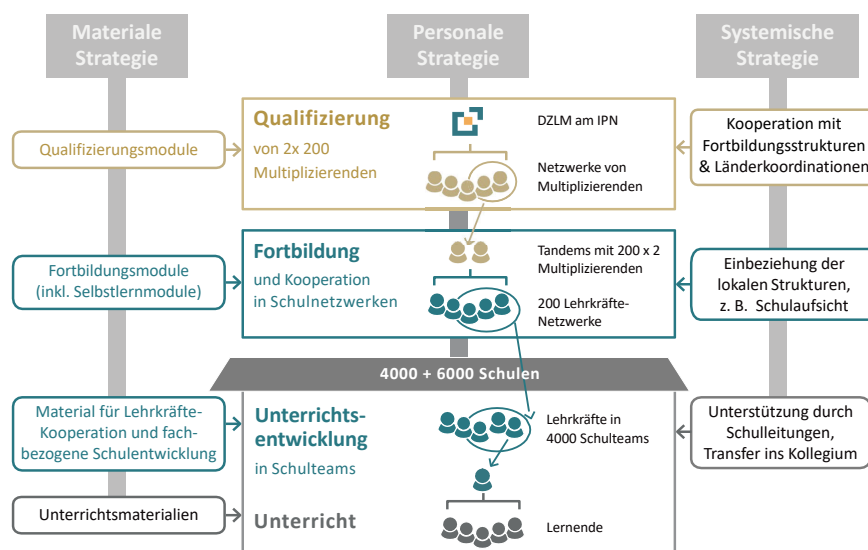


Abbildung 5. Struktur von QuaMath mit drei Implementationsstrategien auf drei Ebenen

wortliche in jedem Ministerium/Landesinstitut und QuaMath-Landeskoordinierende jeweils für die Primar- und Sekundarstufe (freigestellt jeweils mit einer halben Stelle). Durch Teilung von Verantwortlichkeiten sind etwa 60 Personen auf den Steuerungsebenen der beteiligten Länder involviert. Der Zeitplan in Abbildung 6 zeigt, dass die Arbeit mit den QuaMath-Landesverantwortlichen und QuaMath-Landeskoordinierenden bereits im August 2022 begonnen hat.

Seit August 2023 werden 400 QuaMath-Multiplizierende qualifiziert, die später in Tandems jeweils zwei Netzwerke mit je 5–10 Schulen begleiten. Laut KMK-Beschluss sollen sie in der Regel für ihre Tätigkeit fünf Freistellungsstunden erhalten.

Im August 2024 starten die QuaMath-Multiplizierenden mit der ersten Kohorte von 3000–5000 Lehrkräften aus 1000 QuaMath-Schulen, die in 200 Netzwerken zusammengebracht werden. In Phase 1 (2023–2028) sollen vier Kohorten, also insgesamt 4000 Schulen erreicht werden, in Phase 2 (2028–2033) weitere 6000 Schulen (nicht in Abb. 6 aufgeführt), sodass nach 10 Jahren insgesamt 10 000 QuaMath-Schulen der Primar- und Sekundarstufe erreicht sein sollen.

2.3 Analoge Struktur für die Fachschulen für pädagogische Fachkräfte

Das QuaMath-Programm für den Elementarbereich startet die Arbeit nicht direkt an den Kindertagesstätten, sondern in den Fachschulen, also der Ausbildung der pädagogischen Fachkräfte (Erzieherinnen und Erzieher). Adressiert werden Lehrkräfte, die an Fachschulen für Sozialpädagogik für die Ausbildung von pädagogischen Fachkräften in demjenigen Lernfeld unterrichten, in dem der Bildungsbereich Mathematik thematisiert wird (je nach Bundesland unterschiedlich).

Bundesweit gibt es etwa 630 Fachschulen (knapp die Hälfte davon in öffentlicher, der Rest in privater bzw. kirchlicher Trägerschaft), an denen im Schnitt ca. zwei Lehrkräfte mathematische Bildung vermitteln, sodass theoretisch etwa 1200 Lehrkräfte zu erreichen wären.

Die Fachschullehrkräfte werden in Netzwerken zusammengefasst, die ein Fortbildungsmodul zur frühen mathematischen Bildung durchlaufen (basierend auf dem Ansatz des Projekts *Emma*, Bruns et al., 2017). Die Netzwerke werden von Multiplizierenden geleitet, die ein Qualifizierungsmodul mit integrierter und begleiteter Praxisphase (organisiert in drei Länderkohorten) durchlaufen. Die Module richten sich ebenfalls an dem QuaMath-Rahmen (s. Abschnitt 1) aus, wenn auch mit altersbezogener Schwerpunktsetzung. In jedem Land wurden Landesverantwortliche aus dem Fachschulbereich festgelegt, um möglichst enge Anbindungen an die berufsbildenden Fachschul-Strukturen zu ermöglichen.

3 Umsetzung der Fortbildungsangebote aus Sicht von Schulen

3.1 Modulangebot für Schulen

Wie Abbildung 6 zeigt, umfasst die Netzwerkarbeit einer QuaMath-Schule in der Regel mindestens drei Jahre. Sie beginnt im Jahr 1 in einem Basismodul zum Thema Unterrichtsqualität, das jeweils für alle Schulen der Primarstufe und alle Schulen der Sekundarstufe einheitlich ausgestaltet ist. Im Jahr 2 wählen die Landeskoordinierenden (ggf. zusammen mit den Multiplizierenden) zwei Inhalts- oder Vertiefungsmodule aus, die gemeinsam im Netzwerk bearbeitet werden. Ab Jahr 3 können die Schulen selbständig in selbst gewählten Modulen weiterarbeiten.

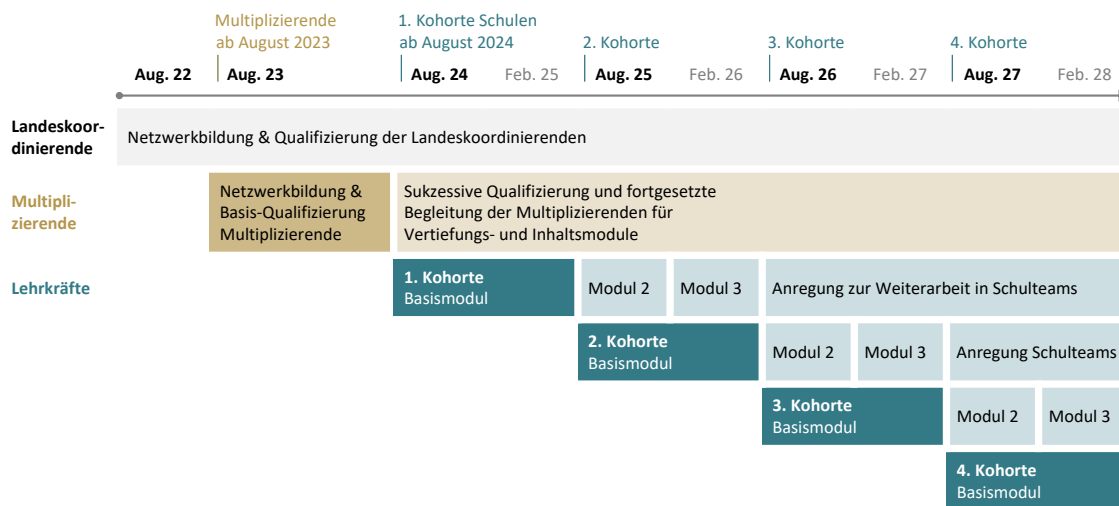


Abbildung 6. Zeitplan für verschiedene Beteiligte und die ersten vier Kohorten von je 1000 QuaMath-Schulen

Elementarbereich	Primarstufe		Sekundarstufe I		Sekundarstufe II
Modul Frühe mathematische Bildung Gasteiger & Bruns	Basismodul Unterrichtsqualität Jhg. 1–4 Selter & Götze		Basismodul Unterrichtsqualität Jhg. 5–13 Holzäpfel & Prediger, Barzel & Greefrath (& Schacht)		
	Größen & Messen – Daten & Zufall 1–4 Rösken-Winter	Zahlen & Operationen 1 Bruns (& Gasteiger)	Daten & Zufall 5–10 Rolka (& Rösken- Winter, Biehler)	Funktionen & Model- lieren 7–10 Friesen (& Dreher, Rolka)	Differentialrechnung Schacht (& Barzel, Thurm, Greefrath)
	Geometrie 1–4 Gasteiger (& Bruns)	Zahlen & Operationen 2 Nührenbörgner	Algebra & Modellieren 6–9 Dreher (& Friesen)	Brüche-Prozente- Proportionales 6–7 Prediger & Friedrich	Lineare Algebra & Analytische Geometrie Wessel (& Kempen)
	Differenzierung 1–4 Scherer	Zahlen & Operationen 3–4 Scherer & Nührenbörgner	Diagnose & Förderung zu Basiskompetenzen 5 Prediger (& Friedrich)	Geometrie 5–10 Kortenkamp	Stochastik Kempen (& Biehler, Wessel)
	Diagnose & Förderung 1–4 Häsel-Weide	Digitale Medien 1–4 Walter (& Selter)	Digitale Medien 5–10 Kortenkamp (& Leuders)	Sprachbildung 5–10 Prediger (& Wessel)	Integralrechnung Hußmann
	Sprachbildung 1–4 Götze	Prozessbezogene Kompetenzen 1–4 Höveler	Problemlösen 5–10 Rott (& Holzäpfel)	Differenzierung 5–10 Friedrich (& Prediger)	

Basismodule
 Vertiefungsmodule
 Inhaltsmodule

Abbildung 7. Übersicht zu allen QuaMath-Modulen und QuaMath-Modulverantwortlichen

Abbildung 7 zeigt den Katalog aller 27 Module. Aus den 24 Inhalts- und Vertiefungsmodulen können die Landeskoordinierenden und Multiplizierenden für das Jahr 2 und die Schulen ab dem Jahr 3 auswählen. Das breite Angebot ermöglicht eine bedarfsgerechte Fokussierung, die den schulformspezifischen und regionalen Unterschieden sowie bildungspolitischen Schwerpunkten der Länder jeweils Rechnung trägt.

3.2 Arbeit in den Fortbildungsmodulen der Schulnetzwerke – Anregung zur begleiteten Lehrkräfte-Kooperation

Die Ausbringung aller Fortbildungsmodule für die Netzwerkarbeit durch die QuaMath-Multiplizierenden wird durch sorgfältig ausgearbeitete Fortbildungsmaterialien unterstützt, die sich konsequent an dem 5x5-QuaMath-Rahmen (Abb. 3) ausrichten, d. h. sie beziehen sich in allen Modulen auf die fünf QuaMath-Prinzipien (Abb. 2) und bieten Lern- und Reflexionsgelegenheiten für alle fünf fachdidaktischen Anforderungssituationen. Diese werden in Approximationen von Praxis (Grossman et al., 2009) und Erprobungen in realer Praxis thematisiert und durch Angebote geeigneter Hintergründe substantiiert (Lehr-Lern-Vielfalt als Kombination von Input-, Erprobungs- und Reflexionsphasen, vgl. Abb. 8). Dazu erhalten die Multiplizierenden Foliensätze mit Inputs, Aktivitäten, Arbeitsblättern und Videos sowie Unterrichtsmaterialien zur Erprobung, an denen sich die Netzwerkarbeit und der Erfahrungsaustausch zwischen den Schulen ausrichten können.

In einem halbjährlichen Modul finden drei Netzwerktreffen à drei Stunden (möglichst in Präsenz,

in Flächenländern ggf. auch online) statt, dazwischen erfolgen Praxiserprobungen (siehe Abbildung 8). Unterstützt wird die Erarbeitung der Module durch zusätzlich bereitgestellte Unterrichtsmaterialien und eine beratende Begleitung durch die Multiplizierenden.

Zur Anregung der Lehrkräfte-Kooperation in den Schulteams werden Materialien bereitgestellt, die die Einbindung weiterer Lehrkräfte einer Schule ermöglichen, z. B. durch kooperative Unterrichtserprobung oder Fokusfragen für eine gemeinsame Reflexion. Um heterogenes Vorwissen der Lehrkräfte aufzufangen, werden zusätzlich Materialien zum Aufarbeiten von Hintergründen angeboten.

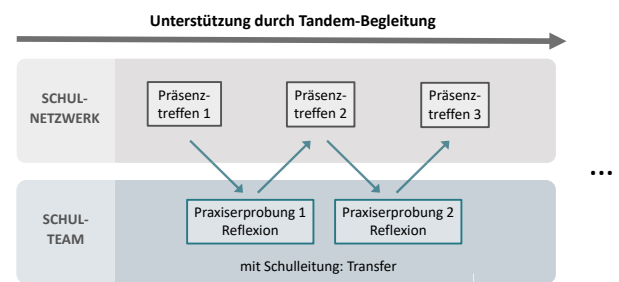


Abbildung 8. Struktur der Fortbildung und Begleitung im Schulnetzwerk

3.3 Selbständige Weiterarbeit in den Schulteams ab Jahr 3: Anregung zur fortgesetzten Lehrkräfte-Kooperation

Im Anschluss an die ersten zwei Jahre der intensiven Arbeit mit einem begleitenden Multiplizierenden-Tandem können die Schulteams

die noch nicht bearbeiteten Vertiefungs- und Inhaltsmodule in Form von Selbstlernmodulen selbstständig erarbeiten. Ab dem dritten Jahr können die Lehrkräfte der QuaMath-Schulen (zusammen mit Lehrkräften, die die Netzwerke nicht besucht haben) durch Selbstlernmodule eigeninitiativ und interessengeleitet ihre Kooperationen fortsetzen und vertiefen. Lehrkräfte-Kooperation gilt international als zentrale Rahmung für fortgesetzte Professionalisierung (Borko & Potari, 2023), ist allerdings in Deutschland bislang nur an wenigen Schulen gut etabliert (Richter & Pant, 2016). DZLM-

Untersuchungen haben gezeigt, dass Kooperation deutlich lernwirksamer wird, wenn sie fachbezogen gezielt unterstützt wird (Selter et al., 2015).

Die Selbstlernmodule adressieren die gleichen Themen wie die Präsenzangebote zu den Vertiefungs- und Inhaltsmodulen, die in Jahr 2 besucht werden können, und werden aus diesen entwickelt, jedoch für die unbegleitete Lehrkräfte-Kooperation in Jahr 2 optimiert, indem sie auch Formate wie Videos, Screencasts, interaktive Reflexionsangebote, Animationen und Selbstchecks anbieten und systematisch den Austausch in den Schul-

Tabelle 1. Forschungs- und Entwicklungsfragen des QuaMath-Programms (werden jeweils modulbezogen konkretisiert)

<i>Forschungs- und Entwicklungsfragen auf Qualifizierungs- und Multiplizierenden-Ebene</i>	
FF1a	Welche fortbildungsinhaltlichen und fortbildungsfachdidaktische Expertise bringen die Multiplizierenden mit? Welche Qualifizierungsbedarfe zeigen sie für die jeweiligen Module, und wie können sie in der Qualifizierungsgestaltung berücksichtigt werden?
FF1b	Wie entwickeln sich die fortbildungsinhaltliche und die fortbildungsfachdidaktischen Expertisen und die Fortbildungspraktiken der Multiplizierenden im Laufe der Qualifizierung und der vier Durchläufe weiter, und wie lässt sich dies durch die inhaltliche Gestaltung der Qualifizierung optimieren?
<i>Forschungs- und Entwicklungsfragen auf Fortbildungs- und Kooperations-Ebene</i>	
FF2a	Wie wirken ausgewählte Design- und Inhaltselemente des jeweiligen Fortbildungs- bzw. Selbstlernmoduls? Welche Gelingensbedingungen erweisen sich als besonders anregend und zielführend für die Initiierung der Professionalisierungsprozesse und Erreichung der Fortbildungsziele?
FF2b	Wie wirken ausgewählte Design- und Inhaltselemente zur Anregung von Lehrkräfte-Kooperation in Schulteams und Schulnetzwerken des jeweiligen Fortbildungs- bzw. Selbstlernmoduls? Welche Gelingensbedingungen erweisen sich als besonders anregend und zielführend für die Initiierung der Professionalisierungsprozesse und Erreichung der Fortbildungsziele?
FF2c	Mit welchen Unterstützungsmaßnahmen und systemischen Gelingensbedingungen gelingt der Transfer von unterrichtlichen Ansätzen von den Schulteams in die gesamte Fachschaft?
<i>Forschungs- und Entwicklungsfragen auf Schul- und Schulleitungs-Ebene</i>	
FF3a	(Als Spezifizierung zu FF2c) Durch welche Partizipations- und Unterstützungsmaßnahmen für Schulleitungen lassen sich Implementationseffekte der QuaMath-Module optimieren?
FF3b	Welche Konstellationen von Schulleitungshandeln und schulischen Organisationsstrukturen/-kapazitäten begünstigen lernzentrierte Effekte der Fortbildungsmodule?
<i>Forschungs- und Entwicklungsfragen auf Lehrkräfte-Ebene</i>	
FF4a	Über welche (ausgewählten Aspekte von) Expertise verfügen die Lehrkräfte zu den fünf Unterrichtsqualitätsmerkmalen, Vertiefungs- und Inhaltsbereichen? Welche Unterrichtsentwicklungs- und Fortbildungsbedarfe zeigen sie, und wie können diese in den Fortbildungsmodulen jeweils berücksichtigt werden?
FF4b	Wie entwickelt sich die modulspezifische Expertise der Lehrkräfte im Laufe des Moduls weiter, und wie lässt sich dies durch die Gestaltung der Fortbildungsmodule optimieren?
<i>Forschungs- und Entwicklungsfragen auf Unterrichtsebene</i>	
FF5a	Welche unterrichtlichen Praktiken zur Realisierung der Unterrichtsqualitätsmerkmale und Inhaltsbereiche berichten Lehrkräfte aus ihrem eigenen Unterricht? Welche lassen sich in ausgewählten Klassen beobachten?
FF5b	Wie entwickeln sich die unterrichtlichen Praktiken zur Realisierung der Unterrichtsqualitätsmerkmale und Inhaltsbereiche gemäß Selbstbericht und Unterrichtsbeobachtung in ausgewählten Klassen weiter?
<i>Forschungsfragen zu Wirkungen einzelner Module auf Lernenden-Ebene</i>	
FF6a	Welche mathematischen Kompetenzen (nach Mindest- und Regelstandards) zeigen die Lernenden in ausgewählten Inhaltsbereichen?
FF6b	Wie entwickeln sich die mathematischen Kompetenzen (nach Mindest- und Regelstandards) der Lernenden (mit unterschiedlichen Lernvoraussetzungen) im Laufe eines Moduls weiter?

teams unterstützen und auf wesentliche Aspekte fokussieren.

Dabei ist es eine Aufgabe von Forschung, im Prozess herauszufinden, wie sowohl die kollegiale fachbezogene Unterrichtsentwicklung an den Schulen als auch die Netzwerkarbeit (organisatorisch und inhaltlich) wirksam funktioniert bzw. welche Art der Unterstützung es an dieser Stelle braucht. Angestrebt wird die forschungsbasierte Entwicklung von Konzeptionen und Materialien, um die Kooperation über einen längeren Zeitraum lebendig zu halten. Hierzu wird beständig überprüft, welche fachbezogen arbeitenden Netzwerkkonstellationen sich als arbeitsfähig und ergiebig erweisen. Im Paradigma der Entwicklungsforschung sind hier Gelingensbedingungen und Designelemente zu ermitteln, wie effiziente Arbeitsstrukturen mit vertretbarem Aufwand für die Beteiligten aufrechterhalten werden können.

4 Forschung nicht nur als Evaluation, sondern für die iterative Qualitätsentwicklung

Die QuaMath-Entwicklung setzt auf existierenden empirische Befunde zu Gestaltungsanforderungen an Fortbildungen (Lipowsky & Rzejak, 2021) und zu Implementationsprozessen (Cobb & Jackson, 2021) auf. Daran anknüpfend ist weitere Entwicklungsforschung auf Fortbildungs- und Qualifizierungsebene sowie Wirkungsforschung auf Lernenden- und Lehrkräfte-Ebene in den verschiedenen Modulen notwendig, um die gegenstandsspezifischen Lernstände und Lernprozesse sowie die modul- und angebotsspezifischen Gelingensbedingungen und Wirkungen einzelner Designelemente genauer zu identifizieren. Dabei geht es nicht nur um die nachträgliche Evaluation und Identifikation von Hindernissen wie in der frühen Implementationsforschung (Century & Cassata, 2016), sondern um Design-Research für gelingende Implementation (Penuel & Fishman, 2012; Cobb & Jackson, 2021), die auf die in Abschnitt 1.6 genannten Beiträge zur Generierung von Erklärungs- und Handlungswissen abzielt.

Exemplarisch sind dazu in Tabelle 1 Forschungsfragen aufgelistet, die im weiteren Forschungsprozess in Phase 1 jeweils modulspezifisch oder modulübergreifend priorisiert und konkretisiert werden,

um eine möglichst treffsichere Entwicklung jedes Moduls zu ermöglichen.

Für jedes der 27 Module wird Entwicklungsforschung und Wirkungsforschung systematisch verknüpft, um in einer iterativen Entwicklung möglichst hohe Inhalts- und Umsetzungsqualitäten zu erreichen. Dazu wird der iterative Entwicklungsprozess über mehrere Durchgänge in den vier Kohorten hinweg angelegt, zunächst qualitativ-formativ, dann quantitativ-formativ und quantitativ-summativ beforscht. Um die Multiplizierenden, Lehrkräfte und Lernenden vor Überforschung zu schützen, werden unterschiedliche Schwerpunkte in den Ebenen gesetzt, wie Abbildung 9 zeigt. Aufgrund der hohen Komplexität mit vielen Ebenen ist jeweils zu entscheiden, in welchen Bereichen eher pragmatische Datenerhebungs- und Auswertungsmethoden eingesetzt werden, und wo die methodische Rigidität für eine tiefergehende Forschung anzusetzen ist, wenn z. B. standardisierte Instrumente bereits zur Verfügung stehen.

In Phase 2 (2028–2033) werden schließlich auch eine globalere Evaluation der mittelfristigen Wirkungen angestrebt und Zusammenhänge über mehrere Ebenen hinweg untersucht.

5 Fazit

Über 30 Jahre nach dem Start des SINUS-Programms ergibt sich mit dem QuaMath-Programm erneut die Chance, den Mathematikunterricht substantiell zu verändern und zum Aufbau kohärenter und nachhaltiger Fortbildungsstrukturen beizutragen. Die Größe des Programms ist für Deutschland ungewöhnlich und für die Herstellung der Kooperationsbeziehungen herausfordernd. Jedoch ist das von der KMK signalisierte Verständnis vielversprechend, dass Forschung nicht nur als Lieferant für Fortbildungsinhalte und summative Evaluation, sondern auch formativ in der empirisch begründeten Weiterentwicklung von Fortbildungsinhalten und Implementationsstrukturen einen entscheidenden Beitrag leisten kann. Wir hoffen, dass es uns gelingt, in Phase 1 des Projekts einige der ambitionierten Ziele zu erreichen.

Finanzierung. Langjährige Vorarbeiten zum QuaMath-Programm im DZLM-Netzwerk wur-

Modulspezifische Forschungs-Schwerpunkte für die treffsichere Entwicklung	Basis-module	Vertiefungs-module	Inhalts-module	Modul-übergreifende Forschung
Multiplizierenden-Ebene	FF1			Multiplizierenden-Ebene FF1
Fortbildungs-Ebene	FF2	FF2		Schul- / Schulleitungs-Ebene FF3
Lehrkräfte-Ebene	FF4	FF4	FF4	Lehrkräfte-Ebene FF4
Unterrichts-Ebene		FF5	FF5	
Lernenden-Ebene			FF6	(in Phase 2 auch FF6)

Abbildung 9. Forschungsschwerpunkte in den jeweiligen Modulen und in der modulübergreifenden Forschung

den durch viele Quellen finanziert, vor allem durch die Deutsche Telekom Stiftung (2011–2020) und die derzeitige Förderung von Netzwerkprojekten durch Mittel des IPN (2021–2025), aber auch durch zahlreiche BMBF-Projekte und Landesministerien, die erste Pilotierungen vieler Module ermöglicht haben. Das nun angelaufene QuaMath-Programm wird in Phase 1 (2023–2028) mit 17 Millionen € durch die KMK und weitere Personalmittel der Länder für Multiplizierende und Landeskoordinierende finanziert.

Literatur

- Ball, D. L., & Forzani, F. M. (2009). The work of teaching and the challenge for teacher education. *Journal of Teacher Education*, 60(5), 497–511. DOI:10.1177/0022487109348479
- Barzel, B., & Selter, C. (2015). Die DZLM-Gestaltungsprinzipien für Fortbildungen. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 36(2), 259–284. DOI:10.1007/s13138-015-0076-y
- Bass, H., & Ball, D. L. (2004). A practice-based theory of mathematical knowledge for teaching: The case of mathematical reasoning. In W. Jianpan & X. Binyan (Hrsg.), *Trends and Challenges in Mathematics Education* (S. 107–123). East China Normal University Press.
- Bonsen, M., & Rolff H.-G. (2006). Professionelle Lerngemeinschaften von Lehrerinnen und Lehrern. *Zeitschrift für Pädagogik*, 52(2), 167–184.
- Borko, H., & Potari, D. (Eds.) (2023), *Teachers of Mathematics Working and Learning in Collaborative Groups* (ICMI Study 25). Springer.
- Borko, H., Koellner, K., & Jacobs, J. (2014). Examining novice teacher leaders' facilitation of mathematics professional development. *Journal of Mathematical Behavior*, 33, 149–167. DOI:10.1016/j.jmathb.2013.11.003
- Bromme, R. (1992). *Der Lehrer als Experte*. Huber.
- Brophy, J. (2000). *Teaching* (Educational Practices Series Vol. 1). Brüssel: International Academy of Education (IAE).
- Bruder, R., Büchter, A., Gasteiger, H., Schmidt-Thieme, B., & Weigand, H.-G. (Hrsg.) (2023). *Handbuch der Mathematikdidaktik*. Springer.
- Bruner, J. (1966). *Toward a Theory of Instruction*. Harvard University Press.
- Bruns, J., Eichen, L., & Gasteiger, H. (2017). Mathematics-related competence of early childhood teachers visiting a continuous professional development course: An intervention study. *Mathematics Teacher Education and Development*, 19(3), 76–93.
- Century, J., & Cassata, A. (2016). Implementation research: finding common ground on what, how, why, where, and who. *Review of Research in Education*, 40(1), 169–215. DOI:10.3102/0091732X16665332
- Cobb, P., & Jackson, K. (2021). An empirically grounded system of supports for improving the quality of mathematics teaching on a large scale. *Implementation and Replication Studies in Mathematics Education*, 1(1), 77–110. DOI:10.1163/26670127-01010004
- Depaepe, F., Verschaffel, L., & Kelchtermans, G. (2013). Pedagogical content knowledge: A systematic review of the way in which the concept has pervaded mathematics educational research. *Teaching and Teacher Education*, 34 (Supplement C), 12–25. DOI:10.1016/j.tate.2013.03.001
- Garet, M., Porter, A., Desimone, L., Birman, B., & Yoon, K. S. (2001). What makes professional development effective? Results from a national sample of teachers. *American Educational Research Journal*, 38(4), 915–945. www.jstor.org/stable/3202507
- Gasteiger, H., & Benz, C. (2018). Enhancing and analyzing kindergarten teachers' professional knowledge for early mathematics education. *The Journal of Mathematical Behavior*, 51, 109–117. DOI:10.1016/j.jmathb.2018.01.002
- Grossman, P., Compton, C., Igra, D., Ronfeldt, M., Shahan, E., & Williamson, P. W. (2009). Teaching practice: A cross-professional perspective. *Teachers College Record*, 111(9), 2055–2100. DOI:10.1177/016146810911100905
- Halleman, S., & Kreuziger, A. (2024, in Druck). Ländergemeinsames KMK- Programm: QuaMath – Unterrichts- und Fortbildungs- Qualität in Mathematik entwickeln. In P. Daschner (Hrsg.), *Weißbuch zur Lehrkräftefortbildung in Deutschland*. Beltz Juventa.
- Helmke, A. (2003). *Unterrichtsqualität – erfassen, bewerten, verbessern*. Kallmeyer.
- Hill, H. C., Rowan, B., & Loewenberg Ball, D. (2005). Effects of teachers' mathematical knowledge for teaching on student achievement. *American Educational Research Journal*, 42(2), 371–406. DOI:10.3102/00028312042002371
- Holzäpfel, L., Prediger, S., Götze, D., Rösken-Winter, B., & Selter, C. (2024, in Druck). *Fünf Prinzipien für qualitätsvollen Mathe-Unterricht: Ein Überblick*. Mathematik lehren, 242.
- Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findel, B. (2001). *Adding It Up. Helping Children Learn Mathematics*. National Academy Press.
- Klieme, E. (2019). Unterrichtsqualität. In M. Haring, C. Rohlf's & M. Gläser-Zikuda (Hrsg.), *Handbuch Schulpädagogik* (S. 393–408). Waxmann.
- KMK – Kultusministerkonferenz der Länder (2020). *Ländergemeinsame Eckpunkte zur Fortbildung von Lehrkräften als ein Bestandteil ihrer Professionalisierung in der dritten Phase der Lehrerbildung* (Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 12. 3. 2020). KMK.
- KMK – Kultusministerkonferenz der Länder (2022). *Bildungsstandards für das Fach Mathematik: Erster Schulabschluss (ESA) und Mittlerer Schulabschluss (MSA)* (Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 15. 10. 2004 und vom 4. 12. 2003, i. d. F. vom 23. 6. 2022). KMK. www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2022/2022_06_23-Bista-ESA-MSA-Mathe.pdf
- JFMK – Jugend- und Familienministerkonferenz der Länder (2021). *Gemeinsamer Rahmen der Länder für die frühe Bildung in Kindertageseinrichtungen*. (Beschluss der JMK vom 13./14. 5. 2004 und Beschluss der KMK vom 3./4. 6. 2004 i. d. F. vom 6. 5. 2021 (JFMK) und 24. 3. 2022 (KMK). JFMK/KMK.)

- Koichu, B., Aguilar, M. S., & Misfeldt, M. (2021). Implementation-related research in mathematics education: the search for identity. *ZDM – Mathematics Education*, 53(5), 975–989. DOI:10.1007/s11858-021-01302-w
- Kölm, J., & Mahler, N. (2019). Kompetenzstufenbesetzungen im Fach Mathematik. In P. Stanat, S. Schipolowski, N. Mahler, S. Weirich, & S. Henschel (Hrsg.) (2019). *IQB Bildungstrend 2018: Kompetenzen in den Fächern Deutsch und Mathematik am Ende der Sekundarstufe I im zweiten Ländervergleich* (S. 157–168). Waxmann.
- Kunter, M., Klusmann, U., Baumert, J., Richter, D., Voss, T., & Hachfeld, A. (2013). Professional competence of teachers: Effects on instructional quality and student development. *Journal of Educational Psychology*, 105(3), 805–820. DOI:10.1037/a0032583
- Leithwood, K., Harris, A., & Hopkins, D. (2020). Seven strong claims about successful school leadership revisited. *School Leadership & Management*, 40, 5–22. DOI:10.1080/13632434.2019.1596077
- Lesseig, K., Elliott, R., Kazemi, E., Kelley-Petersen, M., Campbell, M., Mumme, J., & Carroll, C. (2017). Leader noticing of facilitation in videocases of mathematics professional development. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 20(6), 591–619. DOI:10.1007/s10857-016-9346-y
- Lipowsky, F., & Rzejak, D. (2021). *Fortbildungen für Lehrpersonen wirksam gestalten: Ein praxisorientierter und forschungsgestützter Leitfaden*. Bertelsmann Stiftung.
- Neubrand, M., & Lengnink, K. (2023). Bildungstheoretische Grundlagen des Mathematikunterrichts. In R. Bruder, A. Büchter, H. Gasteiger, B. Schmidt-Thieme & H.-G. Weigand (Hrsg.), *Handbuch der Mathematikdidaktik* (S. 57–82). Berlin: Springer. DOI:10.1007/978-3-662-66604-3_3
- Newmann, F. M., Smith, B., Allensworth, E., & Bryk, A. S. (2001). Instructional program coherence: What it is and why it should guide school improvement policy. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 23(4), 297–321. DOI:10.3102/01623737023004297
- OECD (2016). *Low-Performing Students: Why They Fall Behind and How to Help Them Succeed*, PISA. OECD Publishing. DOI:10.1787/9789264250246-en
- Penuel, W. R., & Fishman, B. J. (2012). Large-Scale science education intervention research we can use. *Journal of Research in Science Teaching*, 49(3), 281–304. DOI:10.1002/tea.21001
- Prediger, S. (2019). Investigating and promoting teachers' expertise for language-responsive mathematics teaching. *Mathematics Education Research Journal*, 31(4), 367–392. DOI:10.1007/s13394-019-00258-1
- Prediger, S., Götze, D., Holzäpfel, L., Rösken-Winter, B., & Selter, C. (2022a). Five principles for high-quality mathematics teaching. *Frontiers in Education*, 7(969212), 1–15. DOI:10.3389/educ.2022.969212
- Prediger, S., Rösken-Winter, B., Stahnke, R., & Pöhler, B. (2022b). Conceptualizing content-related PD facilitator expertise. *Journal for Mathematics Teacher Education*, 25(4), 403–428. DOI:10.1007/s10857-021-09497-1
- Prediger, S., Dröse, J., Stahnke, R., & Ademmer, C. (2023). Teacher expertise for fostering at-risk students' understanding of basic concepts: Conceptual model and evidence for growth. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 26(4), 481–508. DOI:10.1007/s10857-022-09538-3
- Priebe, B., Plattner, I., & Heinemann, U. (Hrsg.). (2022). *Lehrkräftefortbildung: Zur Qualität von bildungspolitischer Steuerung: Befunde – Beispiele – Vorschläge*. Beltz Juventa.
- Putnam, R. T. & Borko, H. (2000). What do new views of knowledge and thinking have to say about research on teacher learning? *Educational Researcher*, 29(1), 4–15. DOI:10.3102/0013189X029001004
- Richter, D., & Pant, H. A. (2016). *Lehrerkooperation in Deutschland. Eine Studie zu kooperativen Arbeitsbeziehungen bei Lehrkräften der Sekundarstufe I*. Bertelsmann Stiftung.
- Rösken-Winter, B., & Szczesny, M. (2016). Continuous professional development (CPD): paying attention to requirements and conditions of innovations. In S. Doff & R. Komoss (Hrsg.), *Making change happen: Wandel im Fachunterricht analysieren und gestalten* (S. 129–140). Springer.
- Rösken-Winter, B., Stahnke, R., Prediger, S., & Gasteiger, H. (2021). Towards a research base for implementation strategies addressing mathematics teachers and facilitators. *ZDM – Mathematics Education*, 53(5), 1007–1019. DOI:10.1007/s11858-021-01220-x
- Schoenfeld, A. H. (2010). *How We Think: A Theory of Goal-Oriented Decision Making and Its Educational Applications*. Routledge.
- Schoenfeld, A. H. (2014). What makes for powerful classrooms, and how can we support teachers in creating them? A story of research and practice, productively intertwined. *Educational Researcher*, 43(8), 404–412. DOI:10.3102/0013189X14554450
- Schumann, K., & Sachse, K. A. (2022). Kompetenzstufenbesetzungen im Fach Mathematik. In P. Stanat, S. Schipolowski, R. Schneider, K. A. Sachse, S. Weirich, S. Henschel, *IQB-Bildungstrend 2021: Kompetenzen in den Fächern Deutsch und Mathematik am Ende der 4. Jahrgangsstufe im dritten Ländervergleich* (S. 67–80). Waxmann. www.waxmann.com/index.php?eID=download&buchnr=4606
- Selter, C., Gräsel, C., Reinold, M., & Trempler, K. (2015). Variations of in-service training for primary mathematics teachers: An empirical study. *ZDM – Mathematics Education*, 47(1), 65–77. DOI:10.1007/s11858-014-0639-2
- Selter, C., & Bensen, M. (2018). Konzeptionelles und Beispiele aus der Arbeit des Projekts PIKAS. In R. Biehler, T. Lange, T. Leuders, B. Rösken-Winter, P. Scherer & C. Selter (Hrsg.), *Mathematikfortbildungen professionalisieren – Konzepte, Beispiele und Erfahrungen des Deutschen Zentrums für Lehrerbildung Mathematik* (S. 143–164). Springer.
- Timperley, H., Wilson, A., Barrar, H., & Fung, I. (2007). *Teacher professional learning and development. Best Evidence Synthesis Iteration*. Ministry of Education.
- Ufer, S., Heinze, A., & Lipowsky, F. (2023). Unterrichtsqualität und Instruktionsstrategien. In R. Bruder, A. Büchter, H. Gasteiger, B. Schmidt-Thieme & H.-G. Weigand (Hrsg.), *Handbuch der Mathematikdidaktik* (S. 465–492). Berlin: Springer.

- Wilhelm, N., Zwetzscher, L., Selter, C., & Barzel, B. (2019). Vertiefung, Erweiterung und Verbindung von Wissensbereichen im Kontext der Planung einer Fortbildungsveranstaltung zum Thema Rechenschwierigkeiten. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 40(2), 227–253. DOI:10.1007/s13138-019-00143-1
- Wittmann, E. C. (1998). Standard number representations in the teaching of arithmetic. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 19(2/3), 149–178. DOI:10.1007/BF03338866
- Yoon, K. S., Duncan, T., Lee, S. W.-Y., Scarloss, B. A., & Shapley, K. (2007). *Reviewing the Evidence on How Teacher Professional Development Affects Student Achievement* (Issues & Answers Report, REL 2007–No. 033). U.S. Department of Education, Institute of Education Sciences. ies.ed.gov/ncee/edlabs
- Susanne Prediger, TU Dortmund, IPN Kiel & DZLM (Deutsches Zentrum für Lehrkräftebildung Mathematik) E-Mail: susanne.prediger@dzlm.de
- Christoph Selter, TU Dortmund & DZLM E-Mail: christoph.selter@tu-dortmund.de
- Daniela Götze, TU Dortmund & DZLM E-Mail: daniela.goetze@tu-dortmund.de
- Svea Hallemann, IPN Kiel & DZLM E-Mail: halleman@leibniz-ipn.de
- Lars Holzäpfel, PH Freiburg & DZLM E-Mail: lars.holzaepfel@ph-freiburg.de
- Annett Kreuziger, IPN Kiel & DZLM E-Mail: kreuziger@leibniz-ipn.de
- Hans Anand Pant, HU Berlin, IPN Kiel & DZLM E-Mail: pant@leibniz-ipn.de
- Bettina Rösken-Winter, HU Berlin & DZLM E-Mail: bettina.roesken-winter@hu-berlin.de

Lehrkräftemangel im Fach Mathematik – Ein Beitrag zu den Maßnahmen zur Bekämpfung des Lehrkräftemangels in den Bundesländern

Stellungnahme von DMV, GDM und MNU, 11. 11. 2023

In einem Ende 2022 erschienenen Positionspapier haben die Vorsitzenden der drei Fachgesellschaften DMV, GDM und MNU die vielfältigen Maßnahmen der Bundesländer zur Behebung des Lehrkräftemangels im Fach Mathematik sehr deutlich kommentiert (DMV, GDM & MNU, 2022). Das Positionspapier ist auf der Grundlage eines Textes der Gemeinsamen Kommission Lehrkräftebildung (GKL) entstanden, in der alle drei genannten Fachgesellschaften vertreten sind. Neben der sehr unterschiedlichen Ausgestaltung der verschiedenen Maßnahmen besorgt die Fachgesellschaften dabei insbesondere, dass einheitliche Mindeststandards fehlen, dass Verantwortlichkeiten für die Ausbildung der entsprechenden Programme z. T. kaum transparent sind und dass gerade bei sehr kurzen Maßnahmen keine verpflichtende berufsbegleitende Qualifizierung (im Sinne geeigneter Fort- und Weiterbildungsprogramme) erfolgt. Eine der Intentionen des Positionspapiers bestand darin, eine kurze und präzise Übersicht über den Status Quo der Maßnahmen zur Bekämpfung des Lehrkräftemangels im

Fach Mathematik zu geben, um auf der Grundlage konkrete Maßnahmen vorzuschlagen, die sich mit Blick auf die Sicherstellung eines qualitativ hochwertigen Mathematikunterrichts auch und gerade in Zeiten eines dramatischen Lehrkräftemangels (insbesondere im Fach Mathematik) ergeben.

Der vorliegende Text ist aus der Arbeit der Gemeinsamen Kommission Lehrkräftebildung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik, der Deutschen Mathematiker-Vereinigung (DMV) und dem Verband zur Förderung des MINT-Unterrichts (MNU) unter Beteiligung der ständigen Gäste der Gesellschaft für Angewandte Mathematik und Mechanik (GAMM) und der Konferenz der Mathematischen Fachbereiche (KMathF) im Auftrag der drei Fachgesellschaften DMV, GDM und MNU hervorgegangen. Ziel ist es, die im Positionspapier knapp gehaltene Übersicht über die aktuellen Maßnahmen ausführlicher darzustellen. Dazu wird zunächst in die grundsätzliche Problematik vor dem Hintergrund des Lehrkräftemangels eingeführt (Abschnitt 1), um danach spezifische Maßnahmen aus